Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

1ère Master Physique Médicale. Durée : *1h 30mn.*

Sol-Examen de rattrapage : Méthodes de traitement du signal et d'images.

Questions de cours : (6 pts)

1. Dans quelle application les filtres RII sont-ils souvent utilisés ?
   a) Traitement d'image.
   b) Filtrage d'interférences dans les signaux audio.
   c) Compression de données.
   d) Synthèse de texte.
2. En termes de complexité des calculs, comment les filtres RIF se comparent-ils aux filtres RII ?
   a) Les filtres RIF nécessitent généralement plus de calculs pour une même performance.
   b) Les filtres RII nécessitent généralement plus de calculs pour une même performance.
   c) Les deux nécessitent la même quantité de calculs.
   d) Les filtres RIF ne nécessitent pas de calculs.
3. Qu'est-ce qu'un processus aléatoire ?
   a) Une séquence de nombres déterministes.
   b) Une séquence de variables aléatoires indexées par le temps ou l'espace.
   c) Une fonction déterministe du temps.
   d) Une séquence de constantes fixes.
4. Quelle est la résolution spatiale d'une image numérique ?
   a) Le nombre de pixels par unité de longueur.
   b) La profondeur de bits par pixel.
   c) La taille totale de l'image en mégaoctets.
   d) La fréquence d'échantillonnage de l'image.
5. Comment obtient-on une image négative à partir d'une image en niveaux de gris ?
   a) En soustrayant chaque valeur de pixel de 128.
   b) En multipliant chaque valeur de pixel par -1.
   c) En soustrayant chaque valeur de pixel de 255.
   d) En ajoutant 128 à chaque valeur de pixel.
6. Pourquoi les gradients sont-ils utilisés dans la détection des contours ?
   a) Pour adoucir les images.
   b) Pour identifier les variations rapides de l'intensité des pixels.
   c) Pour compresser les images.
   d) Pour colorer les images.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

<u>Exercice n°1</u>: (6 pts)

Soit $x[n]=[1,-1,0,1]$.

a. Calculez la *TFD* de $x[n]$;

b. Calculer le module (*spectre*) et la phase de $x[n]$;

c. Tracer le spectre et la phase de $x[n]$;

<u>NB :</u> On donne la formule de la TFD : $X[k]=\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\times e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

Le module : $|X(k)| = \sqrt{\mathrm{Re}(X(k))^2 + \mathrm{Im}(X(k))^2}$

La phase : $\mathrm{Phase}(X(k)) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(X(k))}{\mathrm{Re}(X(k))}\right)$

a) Calcul de la TFD de $x[n]$

La Transformée de Fourier Discrète (TFD) de la séquence $x[n] = [1, -1, 0, 1]$ peut être calculée à l'aide de la formule :

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

où N est la longueur de la séquence $x[n]$. Ici, $N = 4$.

Calculons $X[k]$ pour $k = 0, 1, 2, 3$:

1. $X[0]$:

$$X[0] = \sum_{n=0}^{3} x[n] = 1 + (-1) + 0 + 1 = 1$$

2. $X[1]$:

$$X[1] = 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}1\cdot 0} + (-1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}1\cdot 1} + 0 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}1\cdot 2} + 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}1\cdot 3}$$
$$= 1 + (-1) \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} + 0 + 1 \cdot e^{-j\frac{3\pi}{2}}$$
$$= 1 - j + 0 + j = 1$$

3. $X[2]$:

3. $X[2]$:

$$X[2] = 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}2\cdot 0} + (-1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}2\cdot 1} + 0 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}2\cdot 2} + 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}2\cdot 3}$$
$$= 1 + (-1) \cdot e^{-j\pi} + 0 + 1 \cdot e^{-j3\pi}$$
$$= 1 + 1 + 0 + 1 = 3$$

4. $X[3]$:

$$X[3] = 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}3\cdot 0} + (-1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}3\cdot 1} + 0 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}3\cdot 2} + 1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}3\cdot 3}$$
$$= 1 + (-1) \cdot e^{-j\frac{3\pi}{2}} + 0 + 1 \cdot e^{-j\frac{9\pi}{2}}$$
$$= 1 + j + 0 - j = 1$$

Ainsi, la TFD de $x[n]$ est :

$$X[k] = [1, 1, 3, 1]$$

b) Calcul du module (spectre) et de la phase de $x[n]$

Le module (ou spectre) $|X[k]|$ est donné par la magnitude des éléments de $X[k]$, et la phase $\angle X[k]$ est donnée par l'argument des éléments de $X[k]$.

1. $|X[0]|$ et $\angle X[0]$:

$$|X[0]| = |1| = 1$$
$$\angle X[0] = \arg(1) = 0$$

2. $|X[1]|$ et $\angle X[1]$:

$$|X[1]| = |1| = 1$$
$$\angle X[1] = \arg(1) = 0$$

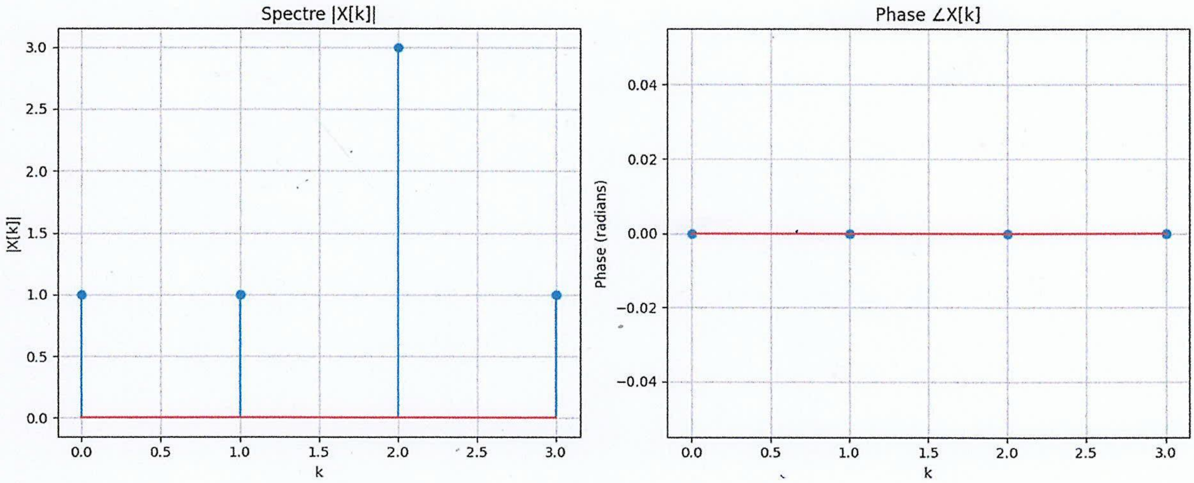
3. $|X[2]|$ et $\angle X[2]$:

$|X[2]| = |3| = 3$
$\angle X[2] = \arg(3) = 0$

4. $|X[3]|$ et $\angle X[3]$:

$|X[3]| = |1| = 1$
$\angle X[3] = \arg(1) = 0$

c) Tracé du spectre et de la phase de $x[n]$



Exercice n°2: (4 pts)

Soit l'image I à niveaux de gris (codée sur 3 bits) de taille 4×5 pixels.

1	6	3	6	1
6	5	2	5	6
6	4	3	4	6
1	6	2	6	1

Image ***I***

1. Combien le poids de l'image I en octet ?
2. Donner l'image négative G de l'image I ?
3. Quel est l'effet d'un filtrage par la matrice de convolution suivante ?
   - ☐ Un flou.
   - ☐ Un éclaircissement.
   - ☐ Aucun effet (image inchangée).

0	0	0
0	2	0
0	0	0

Remarque : l'image négative G de l'image I est calculée selon la formule suivante : $G(i,j) = f\left[I(i,j)\right] = \left(2^n - 1\right) - I(i,j)$.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

Solution exercice n°2 :

1- Combien le poids de l'image ***I*** en octet ?

Le poids de I = 4*5*3/8 = 7.5 octets

2- Donner l'image négative ***G*** de l'image ***I*** ?

$G(i,j) = f[I(i,j)] = (2^3-1) - I(I,j)$

6	1	4	1	6
1	2	5	2	1
1	3	4	3	1
6	1	5	1	6

Image ***G***

3. L'effet d'un filtrage par la matrice de convolution suivante est :

☐ Un éclaircissement.

0	0	0
0	2	0
0	0	0

Exercice n°3: (4 pts)

Soit un filtre numérique décrit par la fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}$$

a) Déterminer l'équation aux différences du filtre ?

b) Déterminer sa réponse impulsionnelle ?

c) Préciser le type de filtre : RIF ou RII. Justifier ?

d) Le filtre est-il stable ? Justifier ?

NB : On donne la formule suivante :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] z^{-n}$$

Solution exercice n°3 :

(a) Équation aux différences du filtre :

La fonction de transfert $H(z)$ peut être utilisée pour obtenir l'équation aux différences. Étant donné que $H(z)$ est une somme de termes multiples de $z^{\ k}$, où k est un entier positif, cela indique qu'il s'agit d'un filtre FIR (Finite Impulse Response).

$$H(z) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}z^{\ 1} + \frac{1}{4}z^{\ 2}$$

L'équation aux différences pour un filtre FIR est simplement la somme pondérée des entrées passées :

$$y[n] = \frac{1}{4}x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2]$$

(b) Réponse impulsionnelle :

La réponse impulsionnelle $h[n]$ est obtenue en prenant la transformée en $z^{\ 1}$ inverse de $H(z)$. Pour ce filtre FIR, $h[n]$ est équivalent à l'équation aux différences.

$$h[n] = \frac{1}{4}\delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{4}\delta[n-2]$$

(c) Type de filtre : RIF ou IIR :

Le filtre décrit est de type **RIF (Réponse Impulsionnelle Finie)**, car il a une réponse impulsionnelle de longueur finie.

(d) Diagramme des pôles et des zéros :

Étant donné que c'est un filtre FIR, il n'a que des zéros. Les zéros se trouvent aux positions inverses des puissances négatives de z dans $H(z)$. Pour ce filtre, les zéros sont en $z = 0.5$ (racines carrées de 0.25 et 0.25).

(e) Stabilité du filtre :

Les filtres FIR sont toujours stables. Dans ce cas, la stabilité est assurée en raison de l'absence de pôles (puisqu'il s'agit d'un filtre FIR). Les pôles déterminent la stabilité d'un filtre IIR (Infinite Impulse Response), mais ici, il n'y a pas de pôles à considérer. Ainsi, le filtre est stable.